

УДК 621.165

**А.Ю. ЮДИН**, канд. техн. наук; с.н.с. НТУ «ХПИ», г. Харьков

### **АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ СОПЛОВОЙ РЕШЕТКИ ОСЕВОЙ ТУРБИНЫ С ПОМОЩЬЮ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ**

Наведено алгоритм оптимального проектування міжлопаткового каналу турбінної решітки за допомогою аеродинамічної оберненої задачі, який враховує обмеження на міцність. Спроектована соплова решітка, профіль якої відрізняється від типових стандартних профілів наявністю хвилеподібного контуру і нижчим коефіцієнтом сумарних втрат.

The algorithm of optimal design turbine cascade with assistance aerodynamic inverse problem, which to take account limitation on strength is introduce. The new profile of stator cascade which has local wavy contours and the coefficient of total losses is much lower, than at an initial cascade of atlas profile is designed.

Аэродинамический расчет лопаток турбин основан на применении методов решения двух задач теории решеток – прямой и обратной. Обратная задача в общем случае заключается в проектировании турбинных лопаток, реализующих заданные характеристики течения в межлопаточном канале. Но до настоящего времени в практике турбостроения не известны методы решения обратной задачи в трехмерной постановке. Это объясняется, прежде всего, несовершенством математических моделей, отражающих физическую картину течения в пространственных лопаточных венцах. Чрезвычайно сложным представляется вопрос формирования даже качественного представления о влиянии пространственного поля течения на аэродинамическое качество проектируемых лопаточных венцов.

Для решения обратной задачи в двухмерной классической постановке необходимо задать распределения скорости или давления вдоль обводов профиля, которые позволили бы получить профиль лопатки с минимальными аэродинамическими потерями и необходимыми прочностными характеристиками. В настоящее время в алгоритмах оптимального проектирования лопаточных аппаратов обратная задача практически не используется, поскольку переход от задачи безусловной оптимизации при использовании прямой задачи расчета течения к задаче условной оптимизации при использовании обратной задачи ставит под сомнение сходимость самого процесса поиска оптимальной формы профиля за разумное время. Поэтому до настоящего времени традиционно оптимальное проектирование профилей осуществляется на основе многовариантных решений прямой задачи и использования статистических зависимостей для оценки геометрических характеристик профиля, определяющих его прочностные и другие свойства. Перспективным представляется проектирование межлопаточного канала и соответствующего ему профиля, обеспечивающих заданные аэродинамические характеристики течения и соответственно более низкие коэффициенты потерь [1, 2].

В статье рассматривается один из возможных алгоритмов (рис. 1) оптимального проектирования турбинной решетки по минимуму суммарных потерь (профильных и концевых) на основе нового двухмерного метода расчета течения в межлопаточном канале. Метод позволяет решать прямую [3] и обратную [4] аэродинамические задачи с единой методологической позиции, что дает возможность с одинаковой точностью получать решение обеих задач.

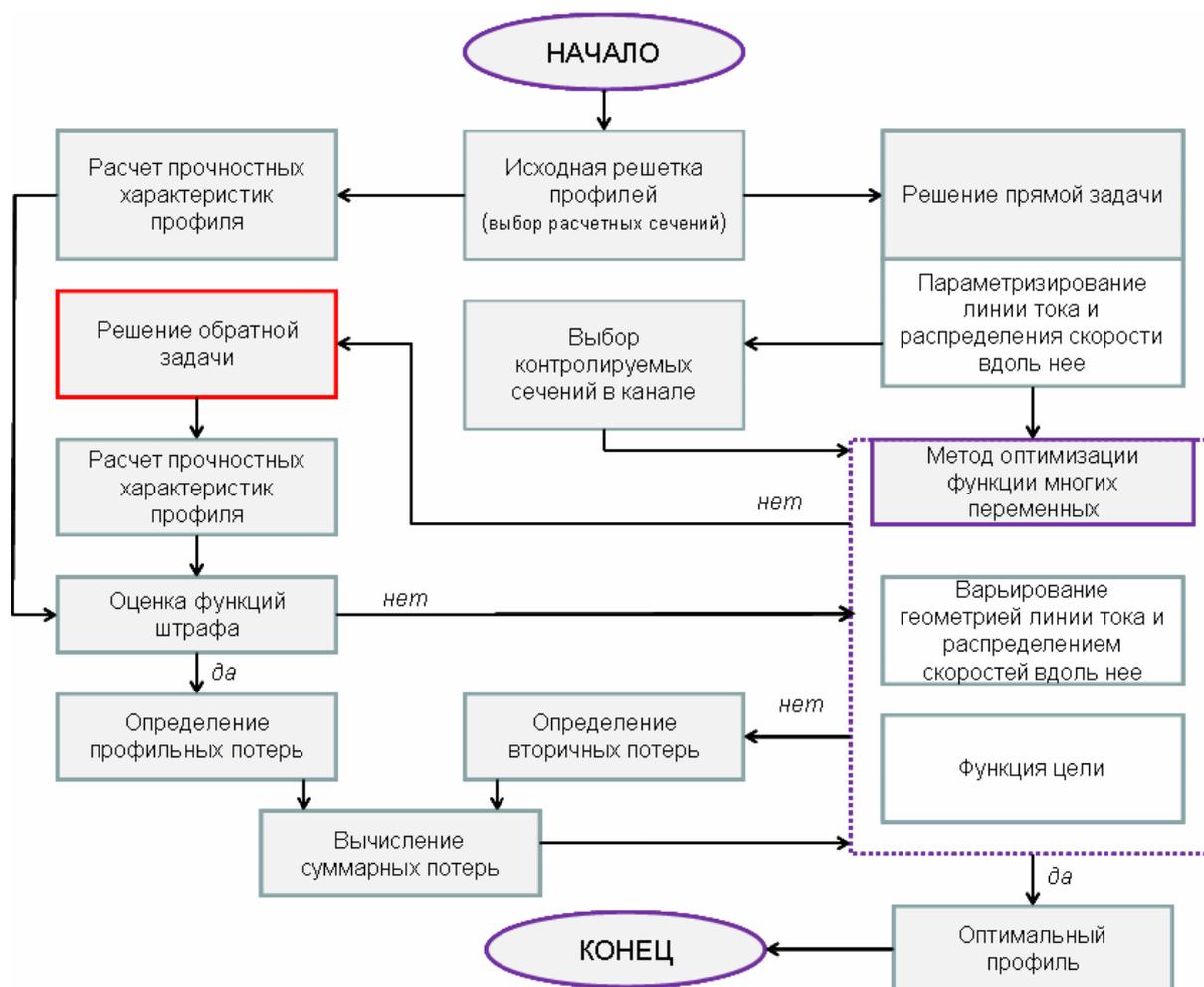


Рис. 1. Алгоритм оптимального проектирования межлопаточного канала и профиля с помощью обратной задачи

Для решения прямой задачи [3] необходимо задать массовый расход, параметры торможения на входе в канал, геометрию канала и выбрать количество расчетных сечений  $Z_L$ . Для решения обратной задачи [4] задаются массовый расход, параметры торможения на входе в канал, геометрия одной из линий тока, распределение скорости вдоль нее и количество расчетных сечений  $Z_L$  (рис. 2).

**Описание последовательности операций рассматриваемого алгоритма:**

- исходная решетка профилей (задаются координаты канала исходной решетки профилей, выбираются расчетные сечения  $Z_i$ );
- расчет прочностных характеристик профиля (определение площади, моментов сопротивления, если они заранее не известны и толщин профиля в расчетных сечениях исходной решетки);
- решение прямой задачи, (рассчитываются параметры потока в канале исходной решетки); параметризирование линии тока и распределения скорости вдоль нее (выбор полинома и определение его коэффициентов);
- выбор контролируемых сечений ( $Z_k$ ) в канале (в сечениях  $Z_i = Z_k$  сохраняются локальные параметры на линии равного расхода  $\varphi$  (рис. 2), определяющие локальную геометрию и скорость в исходном канале);

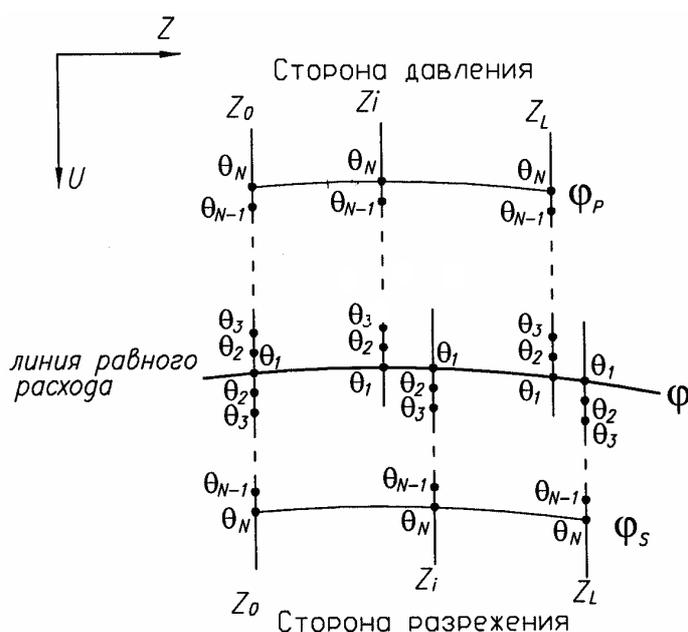


Рис. 2. К постановке обратной задачи

– метод оптимизации функции многих переменных [8] (варьируется геометрия линии тока (равного расхода)  $\varphi$  и распределение скорости вдоль нее);

– решение обратной задачи (определение геометрии межлопаточного канала, соответствующего ему профиля (промежуточный вариант) и аэродинамических характеристик параметров потока);

– расчет прочностных характеристик профиля (вычисление площади и моментов сопротивления промежуточного варианта профиля);

– оценка функций штрафа (сравнение прочностных

характеристик исходного и промежуточного варианта профилей);

- определение профильных потерь;
- определение вторичных потерь;
- вычисление суммарных потерь;
- функция цели.

В процессе оптимизационного поиска сохраняются постоянными:

- массовый расход;
- параметры рабочего тела перед каналом: полное давление и удельный объем;
- граничные условия в контролируемых сечениях для скорости потока

$$W(z_k), \frac{dW(z_k)}{dz}, \frac{d^2W(z_k)}{dz^2};$$

- граничные условия в контролируемых сечениях для функции  $\varphi = \varphi(z)$ , задающей геометрию средней линии тока вдоль межлопаточного канала:

$$\varphi(z_k), \frac{d\varphi(z_k)}{dz}, \frac{d^2\varphi(z_k)}{dz^2}.$$

В качестве независимых переменных задачи оптимизации выбраны вещественные коэффициенты функций  $W = W(z)$  и  $\varphi = \varphi(z)$ , задающих скорость вдоль линии тока и геометрию линии тока.

Чтобы построить функции  $W = W(z)$ ,  $\varphi = \varphi(z)$ , используются многочлены Ритца [5]. Для двух рядом находящихся контролируемых сечений  $z_{k(i)} = z_a$ ,  $z_{k(i+1)} = z_b$ :

$$W(z) = W_0(z) + \sum_{i=1}^n a_i W_i(z); \quad \varphi(z) = \varphi_0(z) + \sum_{i=1}^n b_i \varphi_i(z);$$

$$W_i(z) = (z - z_a)^i (z_b - z); \quad \varphi_i(z) = (z - z_a)^i (z_b - z); \quad i = \overline{1, n}.$$

Ряд важных математических задач сводится к минимизации квадратичных функционалов. Если в качестве пробных функций взять обобщенные многочлены

$v_n(x, \gamma) = \chi_0(x) + \sum_{i=1}^n \gamma_i \chi_i(x)$ , то квадратичный функционал будет квадратичной функцией параметров  $\gamma_i$ . Задача нахождения минимума квадратичной функции посредством дифференцирования по переменным  $\gamma_i$  сводится к системе алгебраических линейных уравнений.

Для некоторой исследуемой функции  $y(x)$  выбор функций  $\chi_i(x)$ ,  $x \in [a, b]$  связан с краевыми условиями:  $y(a) = \alpha$  и  $y(b) = \beta$ . Поэтому выбирается какая-либо гладкая функция, удовлетворяющая этим краевым условиям, например  $\chi_0(x) = \alpha + \frac{\beta - \alpha}{b - a}(x - a)$ .

Остальные функции выбираются так, чтобы они удовлетворяли краевым условиям:  $\chi_i(x) = (x - a)^i (b - x)$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

Выполнение граничных условий первого рода  $W(z_a) = W_a$ ,  $W(z_b) = W_b$  и  $\varphi(z_a) = \varphi_a$ ,  $\varphi(z_b) = \varphi_b$  всегда гарантировано:

$$W_0(z) = W_a + \frac{W_b - W_a}{z_b - z_a}(z - z_a); \quad \varphi_0(z) = \varphi_a + \frac{\varphi_b - \varphi_a}{z_b - z_a}(z - z_a); \quad W_i(z) = 0, \quad \varphi_i(z) = 0.$$

Критерии для выполнения оставшихся граничных условий легко найти, продифференцировав многочлены и разрешив полученные линейные уравнения.

Используя геометрические характеристики средней линии тока и распределение скорости вдоль нее, для заданной высоты решетки рассчитывается квазитрехмерный пограничный слой и вычисляется коэффициент вторичных потерь  $\zeta_{вт}$  [6]; по распределению скоростей на выпуклой ( $\varphi_s = \varphi_s(z)$ ) и вогнутой ( $\varphi_p = \varphi_p(z)$ ) сторонах построенного профиля вычисляются толщины потери импульсов  $\delta_{сп}^{**}$ ,  $\delta_{к}^{**}$  [7] и определяется коэффициент профильных потерь  $\zeta_{пр}$ .

Функция цели – минимум коэффициента суммарных потерь  $\zeta = \zeta_{пр} + \zeta_{вт}$ .

#### **Результат оптимального проектирования сопловой решетки турбины**

Для оптимального проектирования в качестве исходной решетки выбрана сопловая решетка профилей Н4 (рис. 3). Основные геометрические характеристики сопловой решетки Н4: отношение шага к хорде  $t/b = 0,64$ , осевая ширина  $B = 69,1$  мм,  $\arcsin a/t = 13,7^\circ$ . Отношение хорды профиля к высоте  $b/l = 3$ .

В канале решетки Н4 решена прямая задача и получены распределения параметров внутри канала. На рисунке 3 показано распределение безразмерной скорости  $\bar{C} = C_i/C_0$  вдоль обводов профиля, где  $C_i$  – текущее значение скорости,  $C_0$  – скорость на входе в решетку.

В качестве контролируемых сечений выбраны: сечение на входе в решетку и сечение в горле, а при решении задачи оптимизации варьировались параметры средней линии тока. В выходном участке межлопаточного канала от горлового сечения и ниже (косой срез) геометрия средней линии тока и распределение скорости потока вдоль нее оставались постоянными в процессе оптимизационного поиска и приняты такими, как в канале решетки профилей Н4.

Ограничения для функций штрафа: моменты сопротивления и толщины профиля в расчетных сечениях.

В результате спроектирована новая решетка профилей, распределение безразмерной скорости вдоль обводов которой показано на рис. 4. В табл. 1 приведены значения коэффициентов потерь новой решетки и Н4.

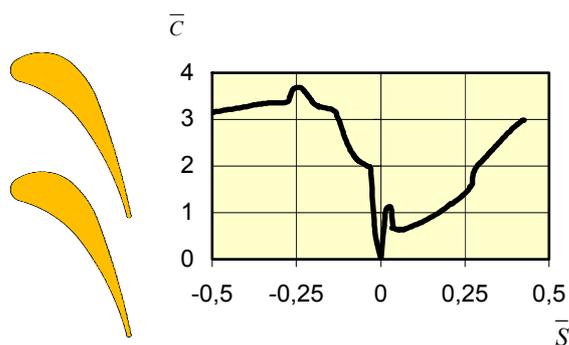


Рис. 3. Решетка профилей Н4 и распределение безразмерной скорости вдоль обвода профиля

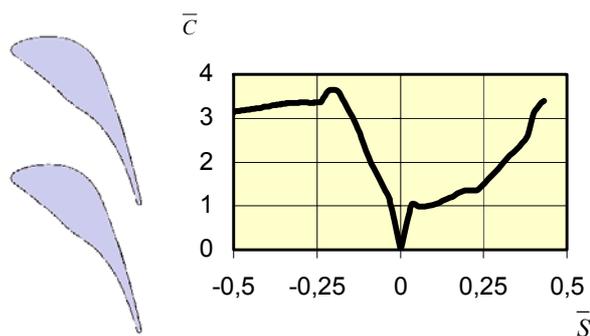


Рис. 4. Решетка новых профилей и распределение безразмерной скорости вдоль обвода профиля

Таблица 1

Расчетные коэффициенты потерь сопловых решеток при осевом угле входа потока  
( $t/b = 0,64$ ;  $M = 0,5$ ;  $Re = 9 \cdot 10^5$ )

Сопловая решетка	$b/l$	$\zeta_{пр}, \%$	$\zeta_{вт}, \%$	$\zeta, \%$
Н4	3	3,27	5,81	9,08
Новый	3	3,3	4,27	7,57

Коэффициент суммарных потерь новой решетки меньше на 1,51 % чем у решетки Н4. Профильные потери в решетках практически одинаковые – 3,3 % в новой решетке и 3,27 % в решетке Н4, а выигрыш получен за счет существенного на 1,54 % снижения коэффициента вторичных потерь.

Приведенный алгоритм, разработанный на основе нового метода решения прямой и обратной задач, позволяет учитывать прочностные ограничения, и проектировать решетки профилей с низкими суммарными потерями.

**Список литературы:** 1. Деревянко А.В. Основы проектирования турбин авиадвигателей / А.В. Деревянко, В.А. Журавлев, В.В. Зикеев, В.В. Князев, С.З. Копелев, Д.В. Кудрявцев // Под ред. С.З. Копелева. – М.: Машиностроение, 1988. – 328 с. 2. Van den Braembussche R.A. Turbomachinery component design by means of CFD / R.A. Van den Braembussche // Task Quarterly Journal. – 2002. – Vol. 6, No 1. – P. 39-61. 3. Субботович В.П. Задача расчета скорости на поверхности лопатки турбомашин как задача оптимизации / В.П. Субботович, А.Ю. Юдин // Вестник Национального технического университета «ХПИ». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2004. – № 12. – С. 101-106. 4. Субботович В.П. Постановка и метод решения обратной задачи для определения формы межлопаточных каналов кольцевых решеток турбомашин / В.П. Субботович, А.Ю. Юдин // Вестник Национального технического университета «ХПИ». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2005. – № 29. – С. 49-56. 5. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с. 6. Гречаниченко Ю.В. Вторичные течения в решетках турбомашин / Ю.В. Гречаниченко, В.А. Нестеренко. – Харьков: Вища школа, 1983. – 120 с. 7. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1978. – 736 с. 8. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование: Пер. с англ. / Д. Химмельблау. – М.: Мир, 1975. – 535 с.

© Юдин А.Ю., 2011

Поступила в редколлегию 04.03.11